

التمرين الأول:

(أ) نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} كثير الحدود التالي:

$$P(z) = z^3 - (5+i)z^2 + (10+6i)z - 8 - 16i$$

4. بين أن $P(z)$ يقبل جذرا تخيليا صرفا z_0 يطلب تعيينه.

5. حل في \mathbb{C} المعادلة $P(z) = 0$.

6. نضع: $z_0 = 2i$ ، $z_1 = 2 - 2i$ و $z_2 = 3 + i$.

* اكتب z_0 و z_1 على الشكل المثلثي و الشكل الأسّي.

* اكتب العددين $\left(\frac{z_0}{2}\right)^{1429}$ و $\left(\frac{z_1}{2\sqrt{2}}\right)^{2008}$ على الشكل الجبري.

$$\alpha = \frac{z_2 - 2 + (\sqrt{3} - 1)i}{z_1} \quad \text{ب) نضع:}$$

1. عين طوليلة وعمدة العدد المركب α .

2. أكتب α على الشكل الجبري ، واستنتج كلا من $\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right)$ و $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)$.

التمرين الثاني:

(أ) لتكن المتتالية (u_n) المعرفة على \mathbb{N} بحددها العام: $u_n = e^{\frac{1}{3} + 2n}$

1. بين أن المتتالية (u_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

2. احسب المجموعين: $S_1 = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ و $S_2 = u_0^2 + u_1^2 + \dots + u_n^2$.

3. عين العدد الطبيعي n بحيث يكون: $S_1 = \frac{e^{\frac{1}{3}}}{1 - e^2} (1 - e^{10})$.

(ب) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على \mathbb{N} كما يأتي: $v_n = \ln(u_n)$.

1. ما هي طبيعة المتتالية (v_n) ؟

2. احسب بدلالة n المجموع $S' = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ حيث:

3. عين العدد الطبيعي n علما أن: $S' = \frac{160}{3}$.

التمرين الثالث:

(أ) نعتبر الدالة g المعرفة على \mathbb{R} كما يأتي:

$$g(x) = (3 - 2x)e^x + 2$$

1. احسب نهايتي الدالة g عند $-\infty$ و عند $+\infty$.

2. ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.
 3. بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $\alpha \in]1,68;1,69[$.
 4. استنتج إشارة $g(x)$ من أجل كل عدد حقيقي x .
- ب) نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R} كما يأتي:
- $$f(x) = \frac{e^x + 4x - 1}{e^x + 1}$$
- و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
1. احسب نهايات الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$ ، ماذا تستنتج بالنسبة للمنحنى (C_f) ؟
 2. أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \frac{2g(x)}{(e^x + 1)^2}$.
 3. بين أن: $f(\alpha) = 4\alpha - 5$ ثم أعط حصرا للعدد $f(\alpha)$.
 4. ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
 5. بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 4x - 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $-\infty$.
 6. أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .
 7. أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.
 8. ارسم كلا من (T) ، (Δ) و (C_f) .
 9. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة:

$$me^x - 4x + m + 2 = 0$$